***Progression Terminales Math Complémentaires 2024-2025***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N°** | **Contenus** | **Durée** | **Notions réactivées** | | **Histoire** | **Démo** | **Automatismes** | | **Algorithme** | **DM**  **Oral** | **Prolongements** |
| **1** | **Suites numériques, modèles discrets** | 2s | Suites arithmétiques  Suites géométriques | | Modèle de Maltus | Limite des sommes des termes d’une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1 |  | | - Recherche de seuils.  − Pour une suite récurrente , calcul des termes successifs.  − Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π, ln2, . |  |  |
| **Thèmes d’étude**  **Modèles d’évolution**   * Emprunt bancaire * Loi de décroissance radioactive (modèle discret) * Loi de refroidissement de Newton (modèle discret) | | | | **Contenus**   * Approche intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d’une suite, des opérations sur les limites, du passage à la limite dans les inégalités et du théorème des gendarmes. * Limite d’une suite géométrique de raison positive. * Limite de la somme des termes d’une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1. * Suites arithmético-géométriques. | | | | **Capacités attendues**   * Modéliser un problème par une suite donnée par une formule explicite ou une relation de récurrence. * Calculer une limite de suite géométrique, de la somme des termes d’une suite géométrique de raison positive et strictement inférieure à 1 * Représenter graphiquement une suite donnée par une relation de récurrence un+1 = ƒ(un) où ƒ est une fonction continue d’un intervalle I dans lui-même. Conjecturer le comportement global ou asymptotique d’une telle suite. * Pour une récurrence arithmético-géométrique : recherche d’une suite constante solution particulière ; utilisation de cette suite pour déterminer toutes les solutions. | | | |
| **2** | **Fonctions : limites, continuité, tableaux de variation** |  | Dérivation  Signe d’une fonction affine et d’un polynôme du second degré  **Fonction exponentielle** | |  |  |  | | Méthodes de recherche de valeurs approchées d’une solution d’équation du type ƒ(x) = k : balayage, dichotomie, méthode de Newton. |  |  |
| *On se limite à une approche intuitive de la continuité et on admet qu’une fonction dérivable sur un intervalle est continue. Les études de fonctions peuvent se faire sur des intervalles quelconques, avec une notion intuitive de limite aux bornes de l’intervalle. La formalisation de la notion de limite n’est pas un attendu du programme. Les opérations sur les limites sont admises. Au besoin, l’utilisation du théorème de composition des limites et des théorèmes de comparaison se fait en contexte.*  **Thèmes d’étude**  Modèles définis par une fonction d’une variable | | | | **Contenus**   * Notion de limite. Lien avec la continuité et les asymptotes horizontales ou verticales. Limites des fonctions de référence (carré, cube, racine carrée, inverse, exponentielle, logarithme). * Théorème des valeurs intermédiaires (admis). Cas des fonctions strictement monotones. | | | | **Capacités attendues**   * Calculer une fonction dérivée, calculer des limites. Dresser un tableau de variation. * Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser le calcul des limites, l’allure des courbes représentatives des fonctions inverse, carré, cube, racine carrée, exponentielle et logarithme. * Exploiter le tableau de variation pour déterminer le nombre de solutions d’une équation du type ƒ(x) = k, pour résoudre une inéquation du type ƒ(x) ⩽ k. * Déterminer des valeurs approchées, un encadrement d’une solution d’une équation du type ƒ(x) = k. | | | |
| **3** | **Lois discrètes** |  | Variable aléatoire  Espérance | |  | -Espérance et écart type d’une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli.  − Espérance d’une variable aléatoire uniforme sur {1,2,…,n}.  − Espérance d’une variable aléatoire suivant une binomiale (n ⩽ 3).  − Caractérisation d’une loi géométrique par l’absence de mémoire |  | | Méthodes de recherche de valeurs approchées d’une solution d’équation du type ƒ(x) = k : balayage, dichotomie, méthode de Newton. |  |  |
| **Thèmes d’étude** | | | | **Contenus**   * Loi uniforme sur {1,2,…,n}. Espérance. * Épreuve de Bernoulli. Loi de Bernoulli : définition, espérance et écart type. * Schéma de Bernoulli. Représentation par un arbre. * Coefficients binomiaux : définition (nombre de façons d’obtenir k succès dans un schéma de Bernoulli de taille n), triangle de Pascal, symétrie. * Variable aléatoire suivant une loi binomiale ℬ(n,p). Interprétation : nombre de succès dans le schéma de Bernoulli. Expression, espérance et écart type (admis). Représentation graphique. * Loi géométrique : définition, expression, espérance (admise), représentation graphique et propriété caractéristique (loi sans mémoire). | | | | **Capacités attendues**   * Identifier des situations où une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli, une loi binomiale ou une loi géométrique. * Déterminer des coefficients binomiaux à l’aide du triangle de Pascal. * Dans le cas où 𝑋 suit une loi binomiale, calculer à l’aide d’une calculatrice ou d’un logiciel, les probabilités des événements de type P(X = k) ou P(X ⩽ k), etc. Calculer explicitement ces probabilités pour une variable aléatoire suivant une loi géométrique. * Dans le cas où X suit une loi binomiale, déterminer un intervalle I pour lequel la probabilité P(X ∈ I ) est inférieure à une valeur donnée α, ou supérieure à 1 - α. * Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser l’espérance des lois précédentes. * Utiliser en situation la caractérisation d’une loi géométrique par l’absence de mémoire. * Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des probabilités conditionnelles, des répétitions d’expériences aléatoires. | | | |
| **4** | **Fonction logarithme népérien** |  | Fonction exponentielle | |  | − Relations , .  − Calcul de la fonction dérivée du logarithme, en admettant sa dérivabilité.  − Calcul de la fonction dérivée de ln u, de exp u. |  | | Algorithme de Briggs pour le calcul de logarithmes. |  |  |
| *La notion de fonction réciproque ne donne pas lieu à des développements théoriques, mais est illustrée par les fonctions carré, racine carrée, exponentielle, logarithme*  **Thèmes d’étude**  Modèles définis par une fonction d’une variable | | | | **Contenus**   * Réciproque d’une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, représentation graphique. * Fonction logarithme népérien : réciproque de la fonction exponentielle. Limites, représentation graphique. Équation fonctionnelle. Fonction dérivée. * Fonction dérivée de , , . * Limites des fonctions de référence (carré, cube, racine carrée, inverse, exponentielle, logarithme). | | | | **Capacités attendues**   * Utiliser l’équation fonctionnelle de l’exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation. * Utiliser la relation pour déterminer un seuil. * Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser le calcul des limites, l’allure des courbes représentatives des fonctions inverse, carré, cube, racine carrée, exponentielle et logarithme. | | | |
| **5** | **Primitives et équations différentielles** |  | Dérivation | |  | − Deux primitives d’une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d’une constante.  − Résolution de l’équation différentielle y’ = ay |  | | − Sur des exemples, résolution approchée d’une équation différentielle par la méthode d’Euler. |  |  |
| *Le programme se limite à la résolution des équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants. Sur les exemples, on met en évidence l’existence et l’unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.*  *Des équations différentielles non linéaires peuvent apparaître, par exemple l’équation logistique dans le cadre des thèmes d’étude, mais aucune connaissance spécifique à ce sujet n’est exigible.*  **Thèmes d’étude** | | | | **Contenus**   * Sur des exemples, notion d’une solution d’équation différentielle. * Notion de primitive, en liaison avec l’équation différentielle y’ = ƒ. Deux primitives d’une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d’une constante. Exemples. * Équation différentielle y’ = ay + b, où a et b sont des réels ; allure des courbes. | | | | **Capacités attendues**   * Vérifier qu’une fonction donnée est solution d’une équation différentielle. * Déterminer les primitives d’une fonction, en reconnaissant la dérivée d’une fonction de référence ou une fonction de la forme , ou . * Résoudre une équation différentielle y’ = ay. Pour une équation différentielle y’ = ay + b : déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer la solution générale. | | | |
| **6** | **Statistiques à deux variables quantitatives** |  |  | |  | - |  | | Droite des moindres carrés. |  |  |
| *L’étude de séries statistiques à deux variables permet de conjecturer des relations, affines ou exponentielles par exemple, entre deux quantités physiques, biologiques ou autres. Elle apparaît ainsi naturellement dans plusieurs thèmes d'étude. Elle s’appuie notamment sur les études de fonctions classiques et les représentations graphiques.*  **Thèmes d’étude** | | | | **Contenus**   * Nuage de points. Point moyen. * Ajustement affine. Droite des moindres carrés. Coefficient de corrélation. * Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine. * Application des ajustements à des interpolations ou extrapolations. | | | | **Capacités attendues**   * Représenter un nuage de points. * Calculer les coordonnées d’un point moyen. * Déterminer une droite de régression, à l’aide de la calculatrice, d’un logiciel ou par calcul. * Dans le cadre d’une résolution de problème, utiliser un ajustement pour interpoler, extrapoler. | | | |
| **7** | **Intégration** |  | Intégration | |  | Dérivée de lorsque ƒ est une fonction continue positive croissante. |  | | Méthode des rectangles, des trapèzes.  − Méthode de Monte-Carlo pour un calcul d’aire. |  |  |
| *On s’appuie sur la notion intuitive d’aire rencontrée au collège et sur les propriétés d’additivité et d’invariance par translation et symétrie. On met en relation les écritures et .*  **Thèmes d’étude** | | | | **Contenus**   * Définition de l’intégrale d’une fonction continue et positive sur [a,b] comme aire sous la courbe. Notation . Relation de Chasles. * Valeur moyenne d’une fonction continue sur [a,b]. Approche graphique et numérique. La valeur moyenne est comprise entre les bornes de la fonction. * Approximation d’une intégrale par la méthode des rectangles. * Présentation de l’intégrale des fonctions continues de signe quelconque. * Théorème : si ƒ est continue sur [a,b], la fonction F définie sur [a,b] par est dérivable sur [a,b] et a pour dérivée ƒ. * Calcul d’intégrales à l’aide de primitives : si F est une primitive de ƒ, alors | | | | **Capacités attendues**   * Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne. * Calculer une intégrale, une valeur moyenne. − Calculer l’aire sous une courbe ou entre deux courbes. * Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d’une autre discipline. | | | |
| **8** | **Lois à densité** |  | Intégration  Espérance, variance | |  | - |  | | Simulation d’une variable de Bernoulli ou d’un lancer de dé (ou d’une variable uniforme sur un ensemble fini) à partir d’une variable aléatoire de loi uniforme sur [0,1].  − Simulation du comportement de la somme de n variables aléatoires indépendantes et de même loi. |  |  |
| **Thèmes d’étude** | | | | **Contenus**   * Notion de loi à densité à partir d’exemples. Représentation d’une probabilité comme une aire. Fonction de répartition x ↦ P(X ⩽ x) * Espérance et variance d’une loi à densité, expressions sous forme d’intégrales. * Loi uniforme sur [0,1] puis sur [a,b]. Fonction de densité, fonction de répartition. Espérance et variance. * Loi exponentielle. Fonction densité, fonction de répartition. Espérance, propriété d'absence de mémoire | | | | **Capacités attendues**   * Déterminer si une fonction est une densité de probabilité. Calculer des probabilités. * Calculer l’espérance d’une variable aléatoire à densité. | | | |
| **9** | **Fonctions convexes** |  | Dérivation | |  | - |  | |  |  |  |
| **Thèmes d’étude**  Modèles définis par une fonction d’une variable | | | | **Contenus**   * Dérivée seconde d’une fonction. * Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes, équivalence admise, lorsque ƒ est dérivable, avec la position par rapport aux tangentes. * Caractérisation admise par la croissance de ƒ’, la positivité de ƒ’’. * Point d’inflexion.   − Fonction dérivée de x ↦ ƒ(a x + b), x ↦ eu(x), x ↦ ln u(x), x ↦ u(x)2. | | | | **Capacités attendues**   * Reconnaître sur une représentation graphique une fonction convexe, concave, un point d’inflexion. * Étudier la convexité, la concavité, d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle. | | | |
|  |  |  |  | |  |  |  | |  |  |  |